



L'énergie électrique d'origine nucléaire

Le but de ce problème est de regarder, en tant que scientifique non expert du sujet, quelques aspects d'une centrale nucléaire de type EPR (signifiant Evolutionary Pressurised water Reactor), qui est un type de *réacteur à eau pressurisée* (REP).

Les 19 centrales nucléaires actuellement en fonctionnement en France ont été globalement construites sur le même mode. Tous leurs réacteurs utilisent la même technologie, dans laquelle de l'eau sous pression sert à transporter la chaleur produite par les réactions nucléaires. [...]

Les centrales nucléaires regroupent un total de 58 réacteurs dont 34 produisent chacun une puissance électrique de 900 MégaWatt (MWe) — 900 MWe permet d'alimenter près de 500 000 foyers. À cela s'ajoutent 20 réacteurs de 1300 MWe, tandis que les quatre derniers délivrent 1450 MWe. Un 59^{ème} réacteur est actuellement en construction à Flamanville, dans la Manche. De type EPR (Evolutionary Pressurised water Reactor), il développera une puissance électrique de l'ordre de 1600 MWe. Actuellement, ces installations produisent près de 80 % de l'électricité produite en France.

Autorité de Sûreté Nucléaire, informations mises à jour en février 2018

Les trois parties du problème sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées dans toutes les parties.

Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Les données numériques sont fournies dans le document réponse à rendre avec la copie.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

I L'uranium, source d'énergie

I.A – L'uranium naturel

L'uranium est l'élément chimique de numéro atomique 92, de symbole U. Il fait partie de la famille des actinides.

L'uranium est le 48^e élément le plus abondant dans la croûte terrestre, son abondance est supérieure à celle de l'argent, comparable à celle du molybdène ou de l'arsenic, mais quatre fois inférieure à celle du thorium. Il se trouve partout à l'état de traces, y compris dans l'eau de mer.

C'est un métal lourd radioactif (émetteur alpha) de période très longue ($\sim 4,4688$ milliards d'années pour l'uranium 238 et $\sim 703,8$ millions pour l'uranium 235). Sa radioactivité, additionnée à celle de ses descendants dans sa chaîne de désintégration, développe une puissance de 0,082 watt par tonne d'uranium, ce qui en fait, avec le thorium 232 (quatre fois plus abondant, mais trois fois moins radioactif) et le potassium 40, la principale source de chaleur qui tend à maintenir les hautes températures du manteau terrestre, en ralentissant de beaucoup son refroidissement.

L'isotope ^{235}U est le seul isotope fissile naturel. Sa fission libère une énergie voisine de 202,8 MeV par atome fissionné dont 9,6 MeV d'énergie non récupérable, communiquée aux neutrinos produits lors de la fission. L'énergie récupérable est plus d'un million de fois supérieure à celle des combustibles fossiles pour une masse équivalente. De ce fait, l'uranium est devenu la principale matière première utilisée par l'industrie nucléaire.

Le minerai d'uranium qui a été exploité sur Terre possède une teneur en uranium pouvant varier de 0,1 % à 20 %. L'uranium est dit *naturel* quand il est constitué d'isotopes dans leur proportion d'origine (identique pour tous les minerais d'uranium) : soit 99,2743 % d'uranium 238 accompagné de 0,7202 % d'uranium 235 et d'une quantité infime d'isotope 234 (0,0055 %).

Wikipédia

Dans la suite nous négligerons l'apport de l'uranium 234 et considérerons que les proportions *naturelles* de l'uranium sont de 99,28 % pour ^{238}U et de 0,72 % pour ^{235}U . De plus, le terme « proportion d'uranium 235 » sera *toujours* à comprendre comme la proportion d'uranium 235 par rapport à tout l'uranium présent et non pas la proportion d'uranium 235 dans toute la matière présente (au cas où celle-ci ne serait pas composée uniquement d'uranium).

I.A.1) Évolution de la population d'uranium au cours du temps

On rappelle que la radioactivité naturelle (radioactivité α) est telle que, pour un noyau donné, la probabilité de désintégration par unité de temps, notée λ , est une caractéristique intrinsèque et invariable dans le temps. On l'appelle usuellement *constante radioactive*.

Q 1. Quelle est la dimension de la constante radioactive λ ?

Q 2. On considère une population de noyaux radioactifs identiques, dont le nombre à l'instant t est donné par $N(t)$. Relier $N(t + dt)$ à $N(t)$ et λ puis montrer que l'évolution de $N(t)$ est gouvernée par l'équation différentielle $\frac{dN}{dt}(t) + \lambda N(t) = 0$.

Q 3. La *période radioactive*, notée $T_{1/2}$, est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux se sont désintégrés. Établir le lien entre λ et $T_{1/2}$.

Q 4. Calculer numériquement les valeurs des constantes radioactives λ_{238} et λ_{235} des noyaux respectifs d'uranium 238 et 235. Commenter ces valeurs en sachant que la constante radioactive du thorium est de $1,6 \times 10^{-18}$ USI environ.

Q 5. La proportion d'uranium 235 dans les minerais augmente-t-elle ou diminue-t-elle au cours du temps ?

Q 6. Pour faire fonctionner un réacteur nucléaire, il faut disposer d'un minerai contenant beaucoup d'uranium et que cet uranium présente au moins 3 % d'uranium 235 de sorte que la fission puisse s'auto-entretenir. Entre la formation de la Terre et notre époque, y a-t-il eu une période pendant laquelle les minerais naturels étaient suffisamment riches en uranium 235 pour faire fonctionner un réacteur nucléaire ? Si oui, estimer la durée de cette période.

I.A.2) Radioactivité naturelle au XXI^e siècle

De nos jours, on estime qu'une parcelle carrée de 20 mètres de côté contient environ 24 kg d'uranium naturel sur une profondeur de 10 mètres.

Q 7. Estimer la puissance dégagée par la radioactivité de l'uranium sur une telle parcelle. Comparer avec la valeur donnée par l'extrait ci-dessus (0,082 watt par tonne d'uranium).

I.B – Le combustible nucléaire

L'uranium, une fois extrait, est d'abord enrichi en uranium 235 afin de pouvoir servir de combustible. Il est ensuite transformé en dioxyde d'uranium.

I.B.1) Cristal de dioxyde d'uranium

Le cristal de dioxyde d'uranium UO_2 est un cristal ionique (U^{4+} , O^{2-}) qui a la structure d'une fluorite (CaF_2), à savoir :

- les ions d'uranium forment un réseau cubique face centrée ;
- les ions d'oxygène forment un réseau cubique.

La maille correspondante est visible sur la figure A du document réponse.

Q 8. Indiquer sur cette figure la position des ions U^{4+} et O^{2-} . Comment s'appellent les sites du réseau de l'uranium occupés par les ions d'oxygène ?

Q 9. Vérifier que le nombre d'ions est cohérent avec la formule UO_2 .

Q 10. Quelle est la longueur du côté de la maille ? Commenter ce résultat. Comparer cette longueur avec les rayons ioniques des ions uranium et oxygène qui valent respectivement 97 pm et 140 pm.

I.B.2) Combustible utilisé dans les centrales

Le dioxyde d'uranium enrichi à 5 % est d'abord produit sous forme de poudre avant d'être compacté en *pastilles* de 7,5 g (cf figure 1).



Figure 1 Pastilles de combustible d'uranium

Q 11. Quelle est l'énergie E_0 que va dégager cette pastille combustible si tout l'uranium 235 se désintègre naturellement (par radioactivité α) ? Un ordre de grandeur est attendu.

La radioactivité naturelle (radioactivité α) n'est pas utile au fonctionnement d'une centrale nucléaire qui exploite plutôt la fission : lorsqu'un neutron de faible énergie cinétique, dit *lent*, entre en collision avec un noyau d'uranium 235, celui-ci donne deux noyaux fils, en général du krypton 93 et du baryum 140 ou bien du strontium 94 et du xénon 140. Ces deux noyaux emportent de l'énergie sous forme cinétique (environ 200 MeV) qu'ils restituent au matériau dans lequel ils sont présents. En plus de ces noyaux, la fission du noyau d'uranium libère deux ou trois neutrons qui vont, à leur tour, entrer en collision avec un autre noyau d'uranium ou être absorbés par un autre atome. Lorsque les réactions de fission sont nombreuses, le phénomène peut s'emballer car il y a plus de neutrons produits que de neutrons absorbés (on parle de *divergence*). En revanche, si les neutrons sont trop souvent absorbés par d'autres noyaux que l'uranium 235, la réaction s'arrête. Le fonctionnement optimal d'une centrale se fait au point d'équilibre : il est nécessaire qu'il y ait suffisamment de neutrons produits pour engendrer des réactions de fission en chaîne, mais sans excès de manière à éviter l'emballement.

Q 12. Un foyer composé de 4 personnes habitant dans une maison de 150 m² avec chauffage électrique consomme en moyenne une énergie électrique correspondant à 20 000 kW·h en une année. Évaluer les masses de combustible nécessaires pour alimenter un tel foyer en électricité pendant un an dans le cas d'une centrale au charbon, puis d'une centrale nucléaire de type REP. Commenter.

II Le cœur du réacteur

Le principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire est représenté figure 2. Le réacteur chauffe une certaine quantité d'eau qui circule, en boucle fermée, dans le circuit *primaire*. L'eau du circuit primaire permet de vaporiser l'eau contenue dans le circuit *secondaire* dont la circulation assure la rotation de turbines couplées à des alternateurs. Le circuit *tertiaire* est utilisé pour liquéfier l'eau du circuit secondaire en sortie des turbines, avant qu'elle ne soit à nouveau injectée dans les générateurs de vapeur.

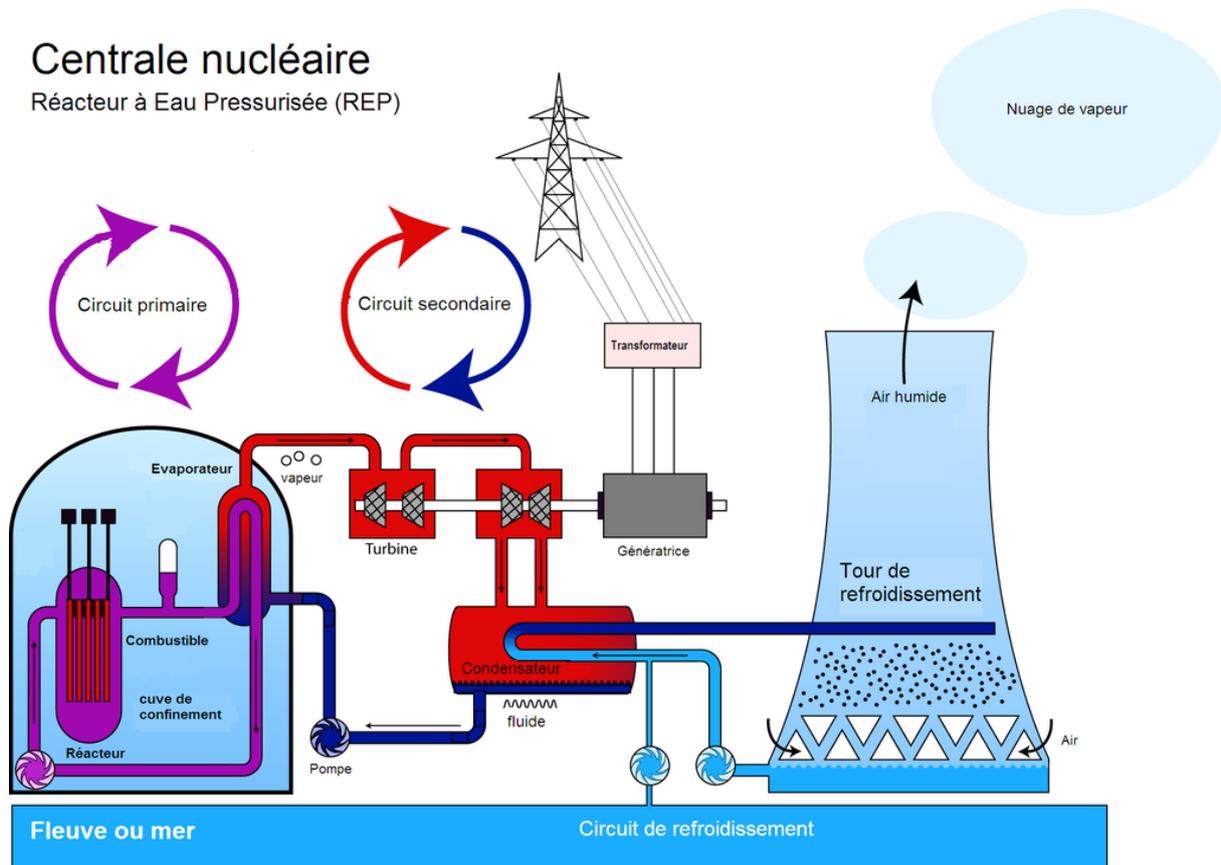


Figure 2 Principe d'une centrale nucléaire (source : Wikipedia)

Au cœur d'une tranche de centrale (qui comporte en général 2 ou 3 tranches), le combustible nucléaire est sous forme de pastilles cylindriques (figure 1). Ces pastilles sont regroupées en *crayons*, eux-même réunis en *assemblages* (figure 3). Un assemblage contient 600 kg de dioxyde d'uranium enrichi. Un cœur de réacteur est l'association de 241 assemblages (figure 4).

II.A – Quelques analyses préliminaires

Q 13. Pourquoi produire le combustible sous forme de pastilles au lieu de cylindres prêts à mettre dans la gaine du crayon ? Quel est l'intérêt de faire une multitude de petits crayons de combustibles plutôt que quelques-uns, plus gros ?

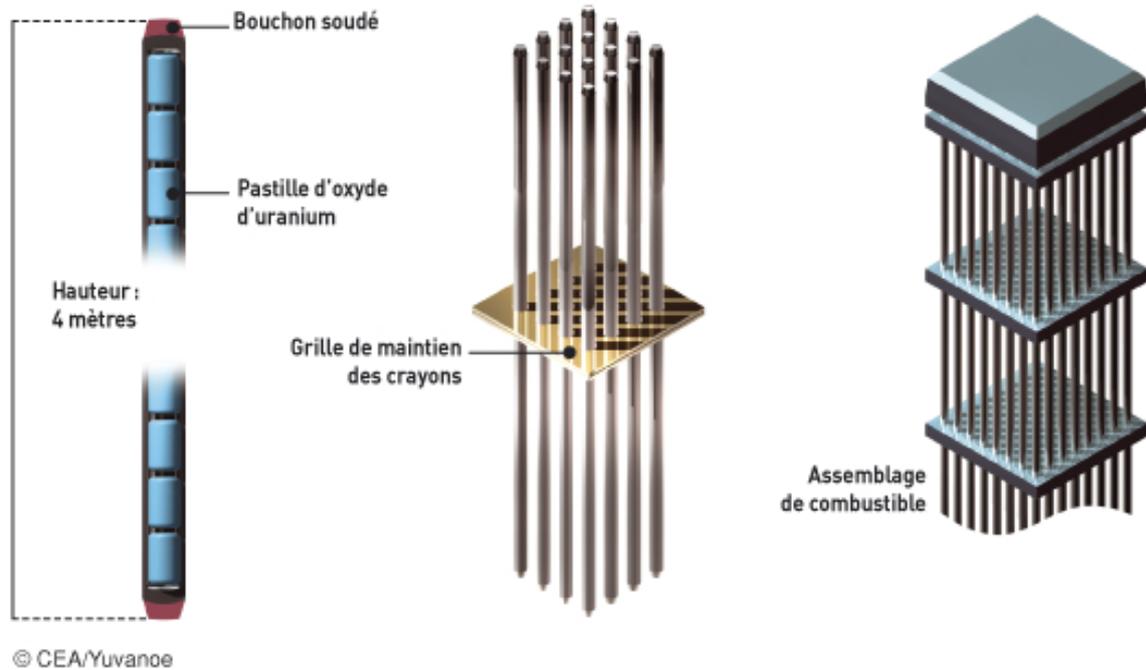


Figure 3 Assemblage du combustible au cœur d'une centrale

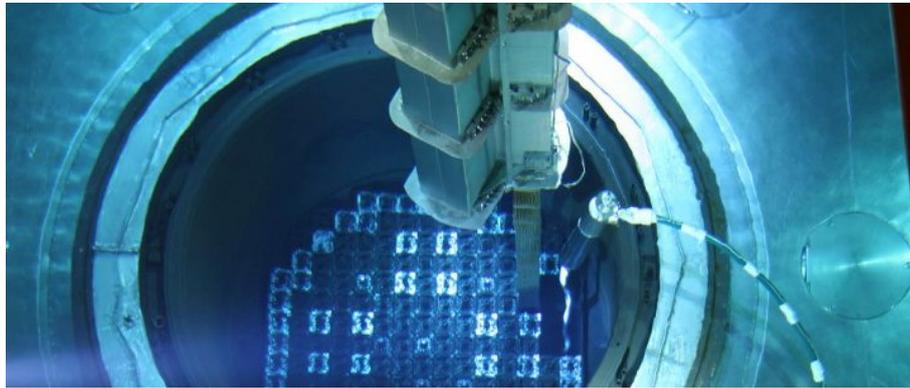


Figure 4 Vue du cœur d'un réacteur

Q 14. Un assemblage est un quadrillage de 17×17 emplacements. Or, il ne contient que 265 crayons de combustible. À quoi peuvent servir les autres emplacements ?

Q 15. Vérifier que la surface totale d'échange entre l'eau du circuit primaire et les crayons indiquée dans les données (environ 8000 m^2) est cohérente avec la structure du cœur du réacteur.

II.B – Approche théorique

II.B.1) Modélisation

On modélise *un* crayon radioactif par un cylindre d'axe (Oz) et de rayon R dans lequel les réactions nucléaires produisent une puissance volumique uniforme. Le régime est considéré stationnaire.

On utilise le système de coordonnées cylindriques d'axe (Oz) : (r, θ, z) .

Q 16. Justifier que la température est une fonction de r uniquement. Que peut-on en déduire sur la densité de courant thermique \vec{j} ?

Q 17. La figure 5 présente quatre profils de température à l'intérieur du crayon, ainsi que les expressions analytiques de $T(r)$ associées (pour chacune de ces expressions, la constante K est une constante positive). Parmi ces profils, quel est le seul susceptible de correspondre au crayon radioactif étudié ? Justifier votre réponse à partir d'arguments qualitatifs uniquement (sans aucun calcul).

Q 18. En admettant que le profil identifié représente réellement le champ de température à l'intérieur du crayon, relier la constante K aux grandeurs physiques pertinentes dont les valeurs numériques sont données dans le document réponse.

Q 19. À l'aide des caractéristiques du cœur données dans le document réponse, proposer une estimation de la puissance volumique libérée dans le combustible lorsque le réacteur est en fonctionnement nominal.

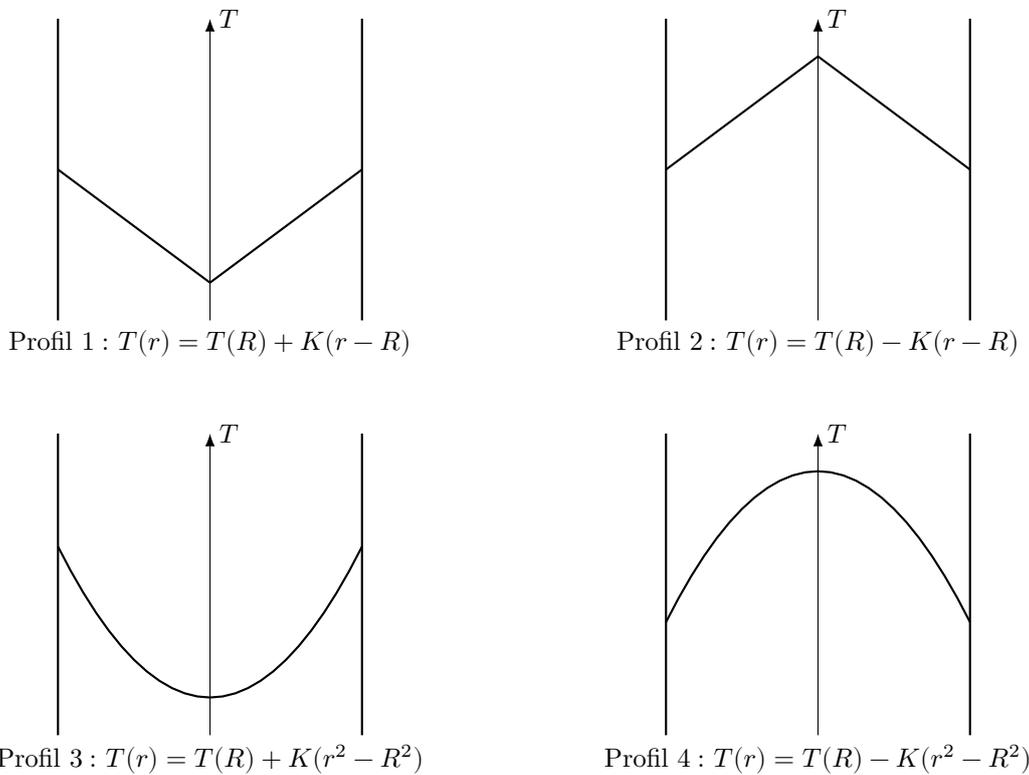


Figure 5

Q 20. Proposer une définition plausible de la *puissance linéique*. Confirmer (ou non) cette définition par un calcul d'ordre de grandeur (une page maximum). Comment expliquer l'existence d'une puissance linéique maximale ?

Q 21. En supposant que la température en $r = R$ est celle de l'eau au voisinage des crayons, calculer numériquement la température au « cœur » du crayon (en $r = 0$). Commenter.

II.B.2) Amélioration du modèle

Q 22. Pourquoi la température en $r = R$ ne vaut-elle pas exactement la température de l'eau indiquée dans les données ?

Q 23. À l'aide d'une démarche à préciser (une page maximum), proposer un modèle conduisant à une meilleure estimation de la température au cœur du crayon en tenant compte du constat précédent. Ne pas hésiter, pour cela, à introduire les grandeurs physiques pertinentes en proposant, le cas échéant, des ordres de grandeur raisonnables.

Q 24. En réalité, la conductivité thermique du dioxyde d'uranium n'est pas indépendante de la température mais possède le profil donné figure 6. Expliquer, de manière qualitative mais argumentée, de quelle manière est modifié le profil de température et, en particulier, si on peut s'attendre à une température plus élevée ou plus basse que celle calculée précédemment.

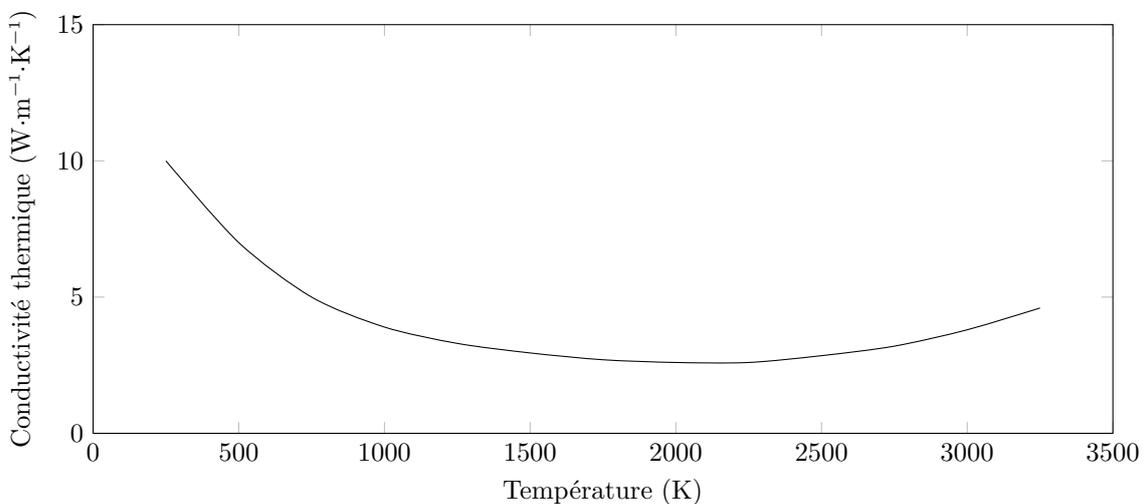


Figure 6

III Du réacteur aux turbines

Au niveau du circuit secondaire, la centrale fonctionne comme représenté sur le schéma de la figure 7. Dans ce schéma x désigne le titre de vapeur, c'est à dire le rapport entre le débit massique de vapeur d'eau et le débit massique total (liquide et vapeur).

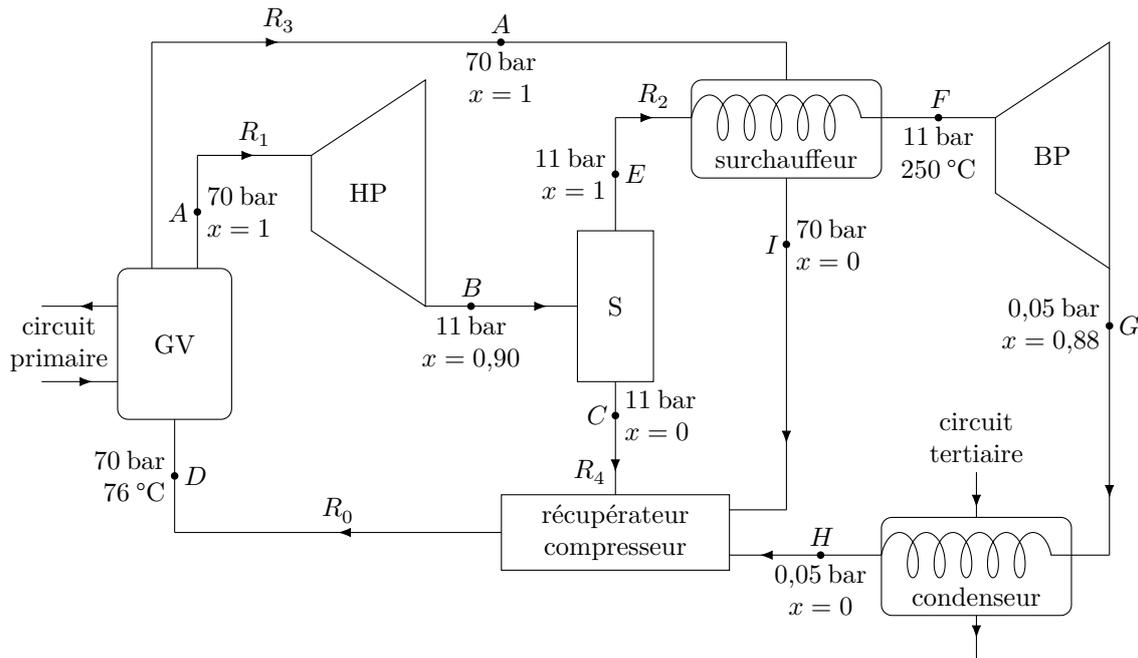


Figure 7

Les échanges d'énergie avec le circuit primaire se font au niveau du générateur de vapeur (GV), dans lequel l'eau du circuit secondaire entre avec un débit R_0 , initialement à l'état (D). À la sortie du générateur de vapeur, l'eau est sous forme de vapeur saturante (état A). La plus grande partie (débit R_1) est dirigée vers la turbine haute pression (HP) ; une autre (débit R_3) est destinée au surchauffeur. Dans la turbine, l'eau passe de l'état (A) à l'état (B). De là, l'eau passe dans un séparateur dont le seul rôle est de répartir les deux phases par gravité. En haut de ce séparateur sort de la vapeur saturante dans l'état (E), avec un débit R_2 , qui est ensuite surchauffée jusqu'à $T_F = 281\text{ °C}$ grâce à la liquéfaction totale jusqu'à l'état (I) d'une partie de la vapeur issue du générateur de vapeur. Une fois surchauffée, la vapeur dans l'état (F) passe dans une turbine basse pression (BP) dont elle sort à l'état (G). Elle est ensuite entièrement liquéfiée par échange thermique avec le circuit tertiaire (en général, de l'eau de rivière ou de mer) jusqu'à l'état (H). Avant d'être réinjectée dans le générateur de vapeur, un récupérateur-compresseur, récolte l'eau entièrement liquide issue du séparateur, du surchauffeur et du condenseur et les comprime jusqu'à l'état (D).

III.A – Approche générale

Soit un élément quelconque, avec une seule entrée et une seule sortie, pour lequel on note :

- R le débit massique de fluide à travers l'élément ;
- P_u la puissance fournie au fluide par les forces autres que pressantes ;
- P_{th} , la puissance thermique fournie au fluide ;
- h_e , l'enthalpie massique du fluide juste avant l'entrée ;
- h_s , l'enthalpie massique du fluide juste après la sortie.

Q 25. Montrer que $R(h_s - h_e) = P_u + P_{th}$.

Dans le cas d'un élément comportant plusieurs entrées et sorties, le bilan précédent se généralise en

$$\sum_{i \text{ (sorties)}} R_i h_{s,i} - \sum_{j \text{ (entrées)}} R_j h_{e,j} = P_u + P_{th}.$$

III.B – Analyse du cycle

Q 26. Placer tous les états A, B, C, ..., I sur le diagramme (T, s) de l'eau fourni dans le document réponse.

III.B.1) Enthalpies massiques

Q 27. Par lecture graphique, déterminer la valeur de l'enthalpie massique h_F de l'eau dans l'état (F).

Q 28. Calculer les valeurs des enthalpies massiques h_B et h_G à partir des données numériques fournies.

Q 29. Estimer la valeur de l'enthalpie massique h_D .

III.B.2) Calcul des différents débits

Q 30. Exprimer les relations simples qui existent entre les débits R_0 , R_1 et R_3 , puis entre R_2 , R_1 et x_B (titre de vapeur au point B) et enfin entre R_4 , R_1 et x_B .

Q 31. Le surchauffeur est un simple échangeur de chaleur entre deux fluides ; il n'y a donc aucune puissance mécanique mise en jeu. En supposant que le surchauffeur soit parfaitement calorifugé, trouver une relation entre les débits R_2 et R_3 faisant intervenir des enthalpies massiques à préciser.

Q 32. Calculer numériquement les différents débits.

III.B.3) Au niveau des turbines

Les machines réalisant la compression ou la détente d'un fluide ont une conception très compacte pour des raisons de poids, d'encombrement et de coût. Pour les mêmes raisons, elles tournent très vite (plusieurs milliers de tours par minute).

Q 33. Les transformations dans les turbines HP et BP sont-elles réversibles ? Justifier soigneusement votre réponse. Dans le cas où les transformations sont irréversibles, quelles sont les causes de cette irréversibilité ?

III.B.4) Au niveau du condenseur

Le condenseur fonctionne de la même manière que le surchauffeur.

Q 34. Déterminer l'expression du débit que doit avoir le circuit tertiaire pour que son élévation de température ne dépasse pas 5°C . Estimer puis commenter son ordre de grandeur. Justifier l'existence d'une limite supérieure de l'élévation de température.

III.C – Rendement du cycle

III.C.1) Rendement effectif

Q 35. Définir et calculer un rendement pour l'ensemble du circuit secondaire. Comparer ce rendement à d'autres rendements connus. (Pour information, chaque réacteur est en fait associé à 4 circuits secondaires identiques.)

III.C.2) Intérêt du surchauffeur

Q 36. À l'aide d'une démarche à préciser, déterminer une estimation du rendement que l'on obtiendrait en l'absence de surchauffeur. Commenter.

• • • FIN • • •



Numéro de place

--	--	--	--	--	--

Numéro d'inscription

--	--	--	--	--

Signature

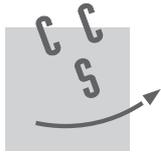
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nom

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Prénom

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Épreuve : Physique-chimie 1 MP

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

		/		
--	--	---	--	--

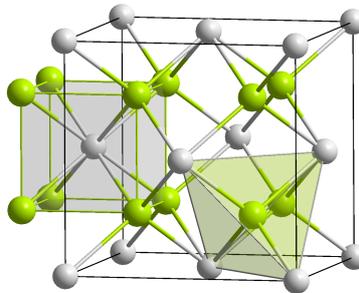


Figure A Maille de dioxyde d'uranium
(source : Solid State)

Formulaire

Opérateurs vectoriels en coordonnées cylindriques

Pour un champ scalaire $f = f(r, \theta, z)$:

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$$

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

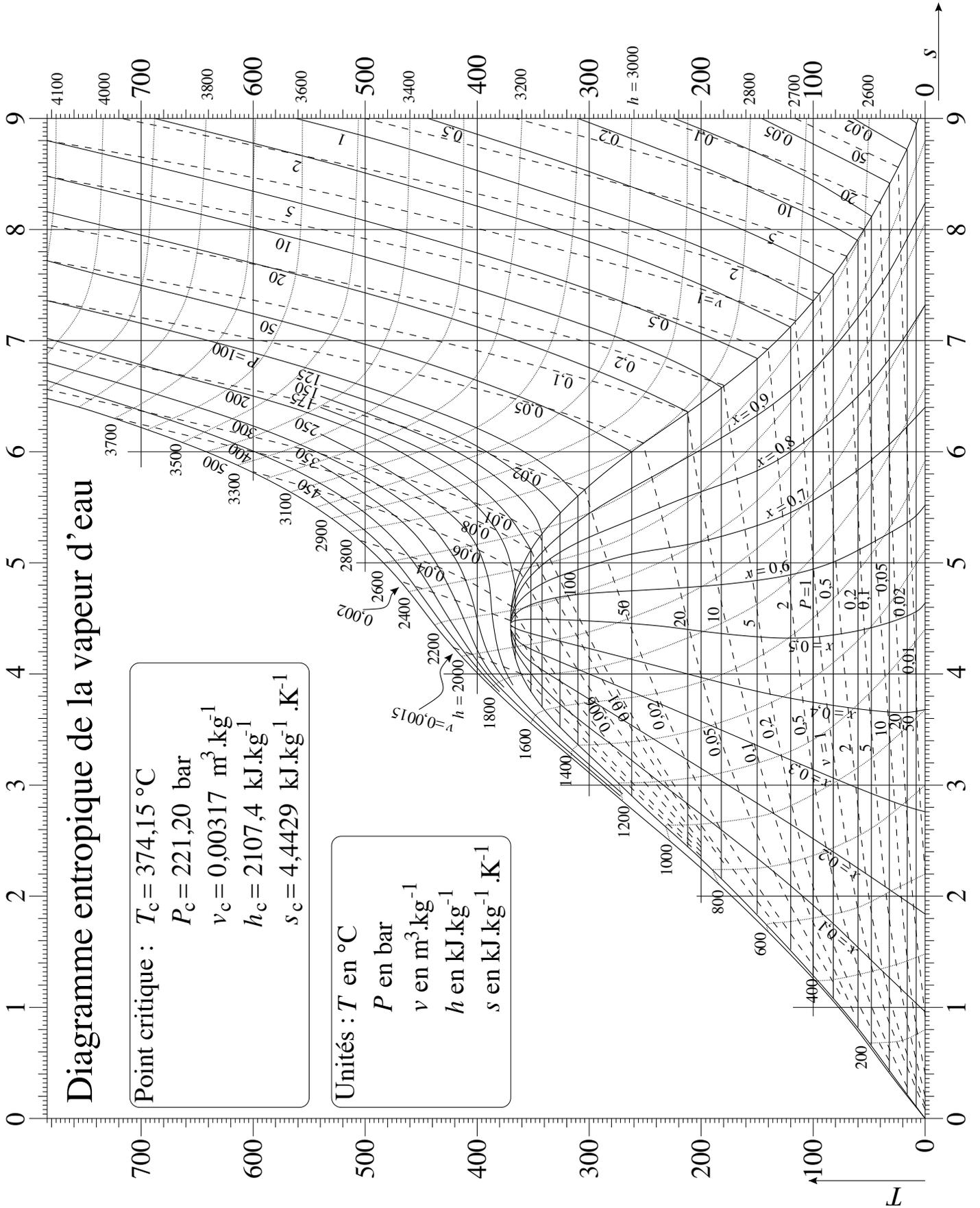
Pour un champ vectoriel $\vec{A} = A_r(r, \theta, z) \vec{u}_r + A_\theta(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + A_z(r, \theta, z) \vec{u}_z$:

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

P019-DR/20190321 MKIV



Valeurs numériques

L'uranium source d'énergie

Uranium 235	
masse atomique ^{235}U	$235,04 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
abondance naturelle ^{235}U	0,72 %
période radioactive ^{235}U	$703,8 \times 10^6$ années
Uranium 238	
masse atomique ^{238}U	$238,04 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
abondance naturelle ^{238}U	99,28 %
période radioactive ^{238}U	$4,468 \times 10^9$ années
Désintégration α	
énergie libérée ^{235}U	4,68 MeV
énergie libérée ^{238}U	4,27 MeV
Fission	
énergie libérée ^{235}U	$2,0 \times 10^2$ MeV
Oxygène	
masse molaire	$16 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Constante d'Avogadro	
\mathcal{N}_A	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Dioxyde d'Uranium enrichi	
proportion ^{235}U	5,0 %
proportion ^{238}U	95,0 %
masse volumique du cristal	$11,0 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$
Pastille nucléaire	
forme géométrique	cylindre
hauteur	$\approx 14 \text{ mm}$
diamètre	8,19 mm
Unité énergétique	
1 eV	$1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$
1 tonne équivalent charbon	$29,3 \times 10^9 \text{ J}$
1 tonne équivalent pétrole	$41,9 \times 10^9 \text{ J}$

Sur les caractéristiques du cœur

Structure	
réseau assemblage	carré 17×17 crayons
nombre de crayons de combustible	265
diamètre d'un crayon	9,5 mm
épaisseur de la gaine d'un crayon	0,57 mm
nombre d'assemblages	241 par cœur
masse d' UO_2 par assemblage	600 kg
Combustible (dioxyde d'uranium)	
conductivité thermique moyenne	$5,0 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
température de fusion	2865 °C

Circuit primaire	
débit par boucle	$27,2 \times 10^3 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$
nombre de boucles	4
pression	155 bar
température à l'entrée	296 °C
température au voisinage des crayons	332 °C
température à la sortie	330 °C
surface d'échange	8000 m ²
densité de courant thermique en périphérie d'un crayon (fonctionnement nominal)	$157 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$
puissance linéique (fonctionnement nominal)	$470 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-1}$
puissance linéique maximale à ne pas dépasser	$590 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-1}$

Sur les caractéristiques du circuit secondaire

générateur de vapeur $D \rightarrow A$	
débit de vapeur	$640 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$
état physique à l'entrée	liquide
température entrée	$76 \text{ }^\circ\text{C}$
état physique à la sortie	vapeur saturante
pression	70 bar
turbine haute pression $A \rightarrow B$	
état physique à l'entrée	vapeur saturante
pression entrée	70 bar
état physique à la sortie	vapeur humide
titre en vapeur à la sortie	0,90
pression sortie	11 bar
turbine basse pression $F \rightarrow G$	
état physique à l'entrée	vapeur sèche
température entrée	$250 \text{ }^\circ\text{C}$
pression entrée	11 bar
état physique à la sortie	vapeur humide
titre en vapeur à la sortie	0,88
pression sortie	0,05 bar

surchauffeur $A \rightarrow I$ et $E \rightarrow F$	
état physique à l'entrée (A)	vapeur saturante sèche
pression entrée (A)	70 bar
état physique sortie (I)	liquide saturant
pression sortie (I)	70 bar
état physique à l'entrée (E)	vapeur saturante sèche
pression entrée (E)	11 bar
état physique sortie (F)	vapeur sèche
pression sortie (F)	11 bar
température sortie (F)	$250 \text{ }^\circ\text{C}$
condenseur $G \rightarrow H$	
état physique à l'entrée	vapeur humide
titre en vapeur à l'entrée	0,88
état physique à la sortie	liquide saturant
pression	0,05 bar

Sur l'eau

Pression de 70 bar	
température d'équilibre liquide – vapeur	$286 \text{ }^\circ\text{C}$
enthalpie massique du liquide	$1268 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
enthalpie massique de la vapeur	$2772 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
entropie massique du liquide	$3,12 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
entropie massique de la vapeur	$5,81 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Pression de 11 bar	
température d'équilibre liquide – vapeur	$184 \text{ }^\circ\text{C}$
enthalpie massique du liquide	$781 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
enthalpie massique de la vapeur	$2781 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
entropie massique du liquide	$2,18 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
entropie massique de la vapeur	$6,55 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Pression de 0,05 bar	
température d'équilibre liquide – vapeur	$33,0 \text{ }^\circ\text{C}$
enthalpie massique du liquide	$137,8 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
enthalpie massique de la vapeur	$2561 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
entropie massique du liquide	$0,476 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
entropie massique de la vapeur	$8,39 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Physique-chimie 1

Présentation du sujet

Le sujet propose aux candidats d'explorer plusieurs facettes de la production d'énergie électrique nucléaire et de mettre en évidence quelques difficultés afférentes à sa mise en œuvre. Le questionnement débute par une étude de l'uranium comme source d'énergie, d'abord sous sa forme naturelle, puis sous forme de combustible nucléaire enrichi en isotope 235. La deuxième partie du sujet porte sur l'étude thermique du cœur d'un réacteur à eau pressurisée ; l'objectif implicite de cette partie est de valider le dimensionnement du circuit de refroidissement du réacteur. La dernière partie est, quant à elle, consacrée au cycle thermodynamique de fonctionnement du circuit secondaire d'une centrale nucléaire et à l'évaluation de son rendement.

Avec son architecture en trois parties indépendantes, de poids relativement similaires, le sujet offre l'opportunité aux candidats de mettre en évidence leur bonne maîtrise des notions et capacités du programme en lien avec le concept d'énergie au sens large. Il comporte un nombre significatif de questions non-guidées, de difficultés variées, destinées à tester les compétences d'appropriation et d'analyse des candidats. Plusieurs documents, dont un placé en annexe comportant de nombreuses données numériques authentiques, sont intégrés dans le sujet de façon à étayer la discussion physique des enjeux du problème et des résultats obtenus par la modélisation.

Analyse globale des résultats

La longueur du sujet étant raisonnable, quasiment tous les candidats ont abordé, au moins partiellement, chacune des trois parties du problème. La réussite d'ensemble sur chacune d'entre elles est inégale : la partie I est celle sur laquelle les candidats ont rencontré le moins de difficultés, tandis que le traitement réservé à la partie II s'est étonnamment révélé décevant. Les démonstrations classiques du cours sont le plus souvent bien restituées et le traitement réservé aux questions de difficulté modérée est satisfaisant en général. Les questions plus fines sur le plan de l'analyse physique, dont les questions non-guidées, ont permis quant à elles de bien différencier les candidats au sein des deux premiers quartiles. Les meilleurs candidats ont compris l'ensemble des enjeux du problème posé et ont remis des copies de grande qualité.

Comparativement à la session précédente, les candidats ont davantage abordé les questions non-guidées. À titre d'exemple, la première d'entre elles est abordée, au moins partiellement, dans plus de 60 % des copies. Le jury tient à souligner cet effort important, même si la stratégie adoptée, l'extraction des données pertinentes et l'interprétation des résultats sont parfois maladroites.

Sur la forme, l'ensemble des correcteurs affectés à cette épreuve déplore une très nette dégradation de la présentation des copies par rapport à l'an dernier. Les défauts de rédaction, déjà signalés dans les rapports antérieurs, perdurent et nuisent malheureusement trop souvent à la clarté du propos.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Attentes du jury sur le plan rédactionnel

De façon générale, le jury attend des raisonnements concis et précis, menés sur des systèmes clairement définis et faisant appel à des lois explicitement citées, hypothèses sous-jacentes incluses. Le barème élaboré est toujours suffisamment détaillé pour valoriser les candidats qui se soumettent à ces exigences de rigueur.

Les réponses aux questions qualitatives doivent évidemment être argumentées et rédigées en respectant les règles grammaticales les plus élémentaires. En outre, une tautologie ne saurait jamais faire office de réponse à une question qualitative.

L'usage irraisonné d'abréviations doit être proscrit. À contrario, la mise en valeur des résultats obtenus, qui témoigne de la considération apportée au travail de correction, est très fortement appréciée et donc vivement encouragée.

Attentes du jury sur les questions non-guidées

Les 6 questions non-guidées proposées dans ce sujet (sur 36 au total) représentent à elles seules un tiers du barème, ce qui est considérable ! Le jury a parfaitement conscience du temps nécessaire à leur résolution, puis à la rédaction structurée des réponses dans la copie, et tient à valoriser les efforts correspondants. À ce titre, il est indispensable que les candidats retranscrivent leurs pistes de réflexion, même si celles-ci n'ont pas permis d'aboutir au résultat final attendu : la démarche est évaluée indépendamment du résultat.

Pour la restitution des éléments de réponse, le jury recommande fortement aux candidats :

- de commencer par présenter la stratégie adoptée de façon claire ;
- de s'appuyer sur un schéma-modèle si cela s'avère pertinent ;
- de lister l'ensemble des hypothèses formulées pour la modélisation ;
- d'introduire des notations pour toutes les grandeurs physiques utiles, de façon à mener à leur terme les calculs sous forme littérale exclusivement (cette règle ne devant souffrir aucune exception) ;
- de commenter les valeurs numériques obtenues, en signalant — le cas échéant — si elles semblent aberrantes ;
- de respecter les consignes de rédaction rappelées précédemment.

I L'uranium

Q3. Certains candidats ne pensent pas à exploiter l'équation différentielle dont la démonstration faisait l'objet de la question précédente et proposent une expression fantaisiste de la période radioactive.

Q4. Pour cette question, comme pour la plupart des applications numériques ultérieures, le jury attendait que les candidats mentionnent explicitement les données numériques retenues pour l'évaluation des grandeurs recherchées. Rappelons également que les résultats numériques doivent être écrits avec un nombre de chiffres significatifs adapté.

Q6. 76 % des candidats qui ont abordé cette question ont vu leurs efforts au moins partiellement récompensés. La définition mathématique du taux d'uranium 235 est correctement posée la plupart du temps. En revanche, de nombreux candidats ont été perturbés de trouver un instant négatif à l'issue du calcul et ont mal conclu leur raisonnement. À cette occasion, le jury a été surpris de constater que seuls 16 % des candidats fournissent un ordre de grandeur correct de l'âge de la Terre.

Q8 à Q10. L'appropriation de la structure cristallographique de UO_2 par les candidats est très satisfaisante. En revanche, la détermination du paramètre de maille s'est avérée plus laborieuse et la confrontation avec les rayons ioniques, pourtant classique, est source d'erreur.

Q11. Cette question est globalement mal comprise. Le jury déplore ainsi de nombreuses confusions entre les processus d'émission α et de fission, ainsi que des erreurs sur l'isotope considéré. Enfin, pour exprimer

le nombre de noyaux d'uranium 235 présents dans l'échantillon, il faut ici faire intervenir la masse molaire du dioxyde d'uranium et non celle de l'uranium.

Q12. 58 % des candidats ayant abordé cette question proposent une estimation cohérente de la masse de charbon consommée. En revanche, seuls 18 % de ce même échantillon proposent une estimation cohérente de la masse de combustible nucléaire. Trop de candidats pensent que la densité énergétique d'un combustible est la seule caractéristique à prendre en compte pour comparer deux types de centrales électriques. En outre, le rendement des centrales électriques n'est quasiment jamais pris en compte dans le calcul.

II Le cœur du réacteur

Q13 à Q15. Les arguments avancés par les candidats sont souvent pertinents. Certains font preuve de bonnes connaissances, relevant de la culture générale, sur le fonctionnement du cœur d'une centrale nucléaire. À contrario, quelques candidats pensent qu'un réacteur nucléaire est le siège de réactions chimiques de combustion.

Q17. Hormis pour les quelques candidats selon lesquels l'eau du circuit primaire chauffe les crayons de combustible, l'élimination des profils 1 et 3 ne pose pas de difficulté. Ensuite, le profil affine est souvent choisi à tort par généralisation abusive de la situation stationnaire, unidimensionnelle et sans terme source, vue en cours.

Q18. Il s'agissait de relier, grâce à la loi de Fourier, la constante K à la conductivité thermique moyenne du matériau et à la densité de courant thermique en périphérie d'un crayon (ces deux grandeurs figurant dans les données de l'annexe). Un simple raisonnement par homogénéité ne peut s'avérer suffisant.

Q20. Seul un quart des candidats propose une définition correcte de la puissance linéique.

Q22 et Q23. Le phénomène de conducto-convection à l'interface entre le crayon et l'eau est souvent mentionné. Alternativement, le rôle joué par la résistance thermique de la gaine est invoqué. Ces deux propositions ont été acceptées sans distinction par le jury. Toutefois, la prise en compte de l'un de ces deux phénomènes dans la modélisation a rarement conduit à des développements satisfaisants.

Q24. Dans la plupart des copies, on ne lit qu'une description de la courbe proposée, sans qu'aucune conséquence des variations de la conductivité thermique vis-à-vis de la température ne soit explicitée. Quelques candidats ont l'intuition d'un flux thermique inchangé mais n'arrivent pas à formaliser, ni à justifier, cette propriété.

III Du réacteur aux turbines

Q25. Le système à considérer n'est quasiment jamais défini rigoureusement. Un schéma, même rudimentaire, sur lequel figurent le volume de contrôle et le système fermé étudié est utile pour clarifier le bilan réalisé. La plupart du temps, la restitution de la démonstration vue en cours est approximative : le caractère stationnaire de l'écoulement, bien qu'indispensable à la démonstration, est rarement invoqué et l'expression du travail massique développé par les forces de pression est donnée sans justification.

Q26. Le positionnement des points dans le diagramme (T, s) n'a pas posé de problème. Le jury a été vigilant au fait que la température au point F pouvait être prise égale à 281 °C ou à 250 °C, selon que le candidat se référait à la figure 7 de l'énoncé ou aux valeurs données dans le document-réponse. Cette ambivalence dans le choix de T_F a d'ailleurs été prise en compte jusqu'à la fin du barème.

Q30. Les bilans de masse sont en général bien compris et bien formulés. Seule l'absence de l'argument de stationnarité est à déplorer.

Q31. Cette question, qui nécessitait de s'approprier l'expression du premier principe pour un fluide en écoulement au travers d'un système à plusieurs entrées-sorties, a été bien réussie par les candidats qui l'ont abordée.

Q33 à Q36. Non-guidées et sans doute abordées en toute fin d'épreuve, ces dernières questions ont rarement été traitées de façon satisfaisante. Le jury a tout de même eu le plaisir de lire quelques belles propositions : félicitations aux candidats qui en sont les auteurs !

Conclusion

Comme tous les ans, le jury attire l'attention des candidats sur l'importance d'une lecture attentive de l'énoncé. Cette étape préliminaire est fondamentale pour l'appropriation des enjeux physique inhérents au problème étudié et l'appréhension du questionnement proposé.

Afin de se préparer au mieux aux épreuves du concours Centrale-Supélec, les futurs candidats doivent garder à l'esprit les éléments suivants.

- La parfaite maîtrise du cours est une condition absolument nécessaire à la réussite de cette épreuve. Il importe en particulier d'avoir les idées claires quant aux dimensions des grandeurs physiques manipulées et aux ordres de grandeur classiques.
- La qualité de la rédaction constitue une part importante de la notation. Il est ainsi inutile de se précipiter lors des réponses aux questions proches du cours, au risque d'oublier certains éléments-clés dans les démonstrations, faisant ainsi perdre des points. Les réponses aux questions qualitatives doivent être argumentées.
- Les calculs doivent toujours être menés de façon littérale. Les candidats qui s'aventurent à une pratique du calcul semi-littéral le font souvent au détriment de l'homogénéité, de la compréhension globale du propos ainsi que de la clarté de la communication, et s'en voient lourdement pénalisés.
- Le jury encourage toujours les candidats à prendre le temps de commenter les valeurs numériques obtenues. Il valorise également ceux qui font preuve d'honnêteté intellectuelle et de sens critique lorsqu'ils obtiennent une valeur aberrante eu égard au cadre de l'étude.
- Le jury encourage vivement les candidats à prendre connaissance des questions identifiées comme non guidées, et à y consacrer un temps de réflexion suffisant. À l'issue de cette réflexion, les candidats doivent consigner sur leur copie leurs pistes de réflexion, accompagnées des éléments d'explication utiles, et ce même si le raisonnement n'est pas totalement abouti. Le barème réserve en effet de nombreux points à la mise en place de la démarche scientifique.
- Les candidats doivent veiller à la bonne présentation de leur copie et à la lisibilité de leurs réponses, particulièrement sur les questions calculatoires. Le recours à une ou plusieurs feuilles de brouillon ne constitue pas une perte de temps et permet, au contraire, de restituer sur la copie une version efficace et claire des démonstrations. Les résultats définitifs doivent également être mis en valeur (soulignés ou encadrés).

Le jury tient à féliciter les candidats ayant remis d'excellentes copies, témoignant des efforts intellectuels engagés au cours des deux années de classes préparatoires. Indépendamment des résultats de cette épreuve, le jury tient encore davantage à féliciter chaleureusement l'ensemble des candidats (et leurs professeurs) pour la ténacité dont ils ont dû faire preuve au cours des derniers mois de leur préparation.

Physique-chimie 2

Présentation du sujet

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes, abordant chacune à sa manière diverses questions liées à l'étoile Proxima du Centaure. Elles traitent successivement de la chimie (structurale, thermodynamique et cinétique) de l'atmosphère, de l'optique (géométrique puis ondulatoire) d'observation de l'astre, de l'effet d'une onde électromagnétique sur une voile solaire et de la mécanique d'un système formé de l'étoile et d'une exoplanète.

Analyse globale des résultats

Ces quatre grandes parties de l'énoncé ont été abordées de manière relativement équilibrée par les candidats, les plus efficaces d'entre eux parvenant à traiter la presque totalité du sujet. Comme les questions de chimie étaient placées au début du problème, rares sont ceux qui ont cédé à la tentation de ne pas les traiter et les meilleures notes récompensent les copies faisant preuve dans la partie I de la même qualité scientifique que dans les parties II, III et IV.

Dans l'ensemble, la présentation des copies s'avère satisfaisante. Par contraste, les quelques candidats qui ne font pas les efforts minimaux en ce sens se dévalorisent eux-mêmes.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

La numérisation des copies produit des fichiers d'excellente qualité, mais nous dissuadons les candidats d'utiliser des encres pâles. En optique en particulier, les traits de construction doivent apparaître clairement et on ne peut se contenter de vagues traces à peine marquées de la pointe d'un crayon. Il n'en irait pas différemment si les correcteurs avaient sous les yeux les copies en papier.

Rappelons ici une consigne usuelle de présentation des sciences physiques : il est préférable, en particulier dans les questions non guidées, de mener les calculs littéraux le plus loin possible et de n'utiliser les valeurs numériques qu'au moment opportun. Dans le même ordre d'idée, le respect des notations introduites par l'énoncé est un passage obligé d'une bonne rédaction.

La plupart des questions peuvent être traitées en quelques lignes en mettant en œuvre, avec un bon sens élémentaire, quelques concepts du programme officiel de physique-chimie de la filière MP. De manière générale, nous recommandons aux candidats de lire attentivement les questions afin de satisfaire au degré de précision attendu par les correcteurs. Lorsqu'il s'agit de « justifier », « d'argumenter », « d'expliquer » ou « d'établir », on ne peut se contenter de phrases vagues, confuses, ni de paraphrase de l'énoncé. Les questions 1 et 2 sont à ce titre particulièrement révélatrices.

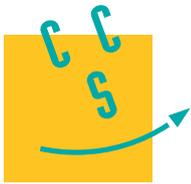
L'énoncé comporte deux questions non guidées, signalées comme telles, et pesant ensemble pour près de 15% du barème, sans que leur traitement nécessite un long ou hasardeux travail de modélisation. Le jury a valorisé tout élément de réponse rationnellement fondé, même en l'absence de résultat final. En conséquence, les candidats qui ont abordé ces questions ont en général vu leur pugnacité récompensée.

Signalons maintenant quelques points particuliers sur lesquels les futurs candidats pourront faire porter leur attention afin d'optimiser leur préparation et de ne pas tomber dans les mêmes pièges que leurs prédécesseurs.

- La représentation de Lewis de l'ozone est rarement correcte. Une structure grossièrement fautive ou ne faisant pas apparaître de charge invalidée évidemment toute tentative de justification d'un moment dipolaire.
- La question 9 est assez emblématique de ce que l'on attend des candidats. Le titre de la sous-partie I.C indique qu'il s'agit d'une analyse thermodynamique, ce qui constitue une précieuse indication. Pour répondre correctement, il faut d'une part maîtriser les lois de déplacement des équilibres chimiques et savoir les exprimer clairement, et d'autre part discuter leurs conséquences dans un contexte particulier. Les candidats qui se contentent de commenter la figure 1 n'ont manifestement pas bien lu l'énoncé.
- En optique, la notion d'objet à l'infini est mal exploitée. Les constructions concernant une lentille divergente sont souvent défectueuses.
- La question 20 aurait dû susciter une analyse circonspecte des données fournies par l'énoncé ou une réflexion explicite sur un choix d'hypothèses, puisqu'il s'agit d'utiliser le flux solaire pour en déduire le signal optique produit par Proxima Centauris.
- Les questions d'optique ondulatoire 24 à 32 ont été traitées par une majorité de candidats qui semblent avoir acquis certains automatismes, sans toujours en maîtriser l'arrière-plan conceptuel. Cette lacune transparait par l'absence de justification d'une différence de marche, par sa représentation graphique erronée, par la difficulté à décrire précisément une figure d'interférence ou encore par l'incapacité à répondre à la question 32.
- Les notions de base sur les ondes électromagnétiques sont connues, mais on relève quelques maladresses dans le passage des représentations complexes au vecteur de Poynting et dans la justification, demandée dans la question 36, du caractère négligeable d'un des termes de l'équation d'onde.
- Dans les questions de mécanique 41 à 44, des résultats intermédiaires sont fournis par l'énoncé et il s'agit de les justifier clairement. De trop nombreuses copies proposent des arguments fantaisistes au lieu de suivre la logique proposée par l'énoncé. Rappelons ici, même si cela peut sembler évident, qu'une épreuve scientifique ne récompense jamais la malhonnêteté.

Conclusion

Comme on le voit, les exigences du jury n'ont rien de révolutionnaire. Les candidats ayant acquis l'ensemble des connaissances prévues par le programme officiel de la filière MP, et capables de les mobiliser dans un énoncé abordant des thèmes variés, tirent naturellement leur épingle du jeu.



Proxima du Centaure

Ce problème est une invitation à regarder vers les étoiles, et tout particulièrement l'étoile la plus proche de la planète Terre après le Soleil : Proxima du Centaure aussi appelée *Proxima Centauri*.

Il est constitué de 4 parties totalement indépendantes. La première partie étudie une caractéristique de l'atmosphère terrestre qui a permis le développement de la vie sur Terre et peut-être un jour sur une exoplanète. La deuxième partie est relative à l'observation de Proxima du Centaure et à la détermination de sa distance et de sa taille. La troisième partie s'intéresse à un vaisseau capable de rejoindre Proxima du Centaure et d'explorer une exoplanète dont la découverte fait l'objet de la dernière partie.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé ; d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

I Ozone et atmosphère

I.A – De l'importance de l'ozone

La figure 1 présente la répartition de l'ozone (O_3) dans l'atmosphère terrestre. Sa concentration varie avec l'altitude, le maximum se situe entre 30 et 35 km d'altitude avec une moyenne de 8 molécules d'ozone pour un million de molécules d'atmosphère.

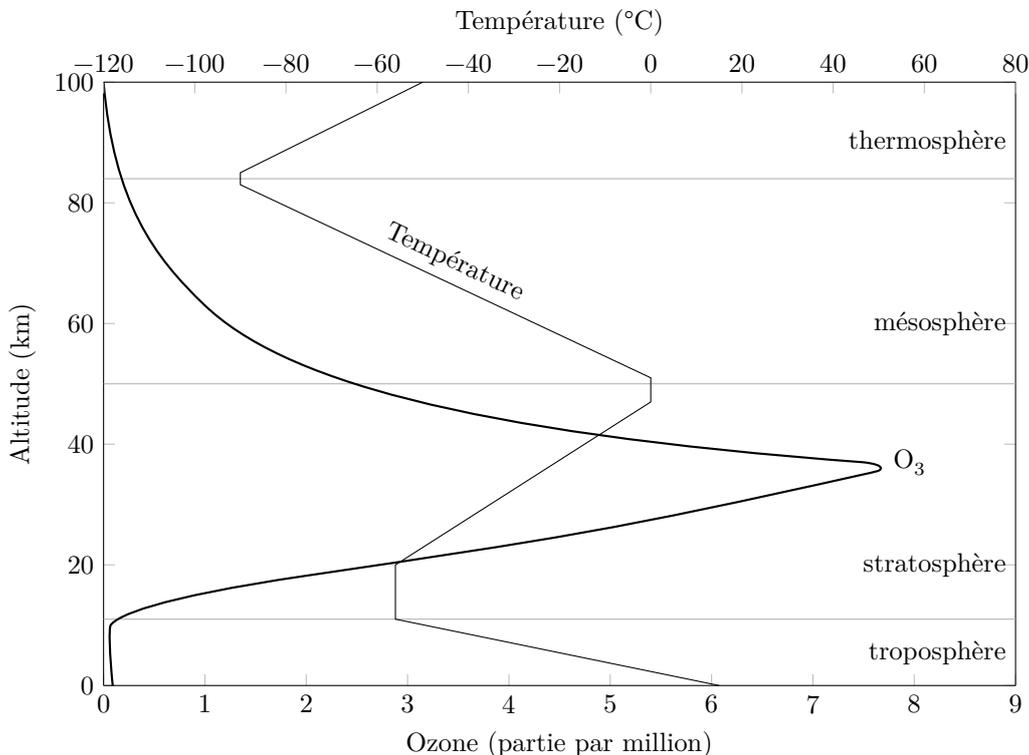


Figure 1 Répartition de l'ozone et température aux latitudes moyennes dans l'atmosphère terrestre

La figure 2 montre le flux solaire ultra-violet reçu au sommet de l'atmosphère et le flux résiduel à la surface de la Terre. La différence est due à l'absorption du rayonnement ultra-violet par la couche d'ozone. Le graphique précise l'absorption moyenne pour chaque bande du rayonnement ultra-violet.

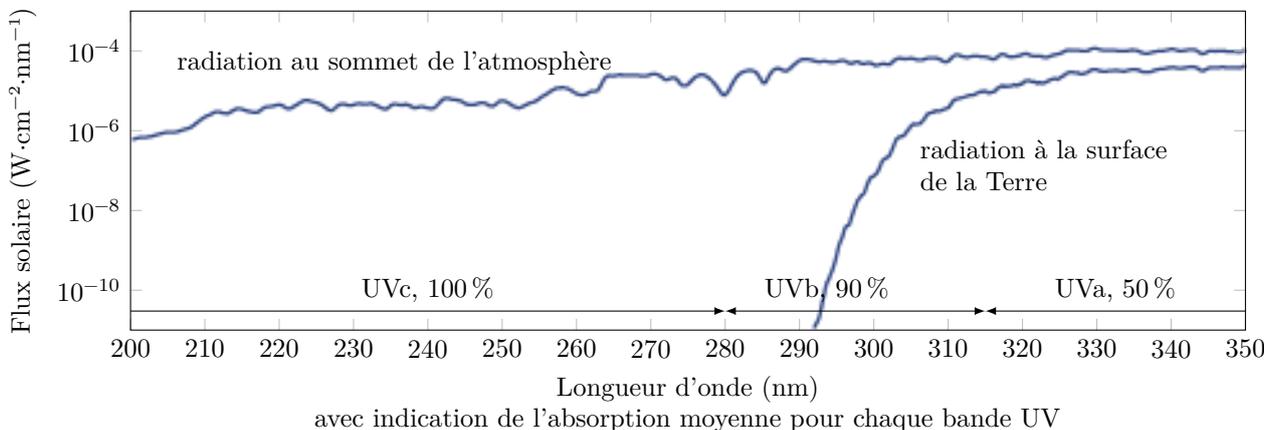


Figure 2 Absorption du rayonnement solaire par la couche d'ozone – d'après NASA Ozone Watch

- Q 1.** Justifier que les rayonnements présentés sur le graphique de la figure 2 correspondent à des rayonnements ultra-violet. Pourquoi les rayonnements ultra-violet sont-ils qualifiés de rayonnements ionisants ?
- Q 2.** Expliquer l'importance de la couche d'ozone dans la protection de la vie terrestre.

I.B – Atome et molécule de l'oxygène

- Q 3.** Donner la configuration électronique de l'oxygène dans son état fondamental.
- Q 4.** Proposer une représentation de Lewis pour la molécule de dioxygène.
- Q 5.** Proposer une représentation de Lewis de la molécule d'ozone sachant qu'elle n'est pas cyclique.

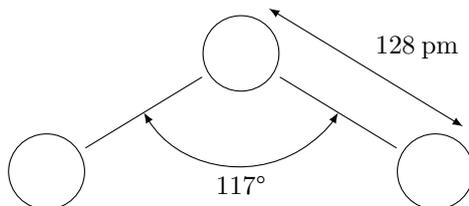
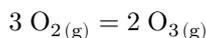


Figure 3 Schématisation d'une molécule d'ozone où chaque sphère représente un atome d'oxygène

- Q 6.** La molécule d'ozone a la structure spatiale présentée sur la figure 3. Justifier l'existence d'un moment dipolaire et le représenter sur un schéma de la molécule.

I.C – Thermodynamique de la formation de l'ozone

Nous étudions l'équilibre



- Q 7.** Calculer la constante de cet équilibre à 25 °C à l'aide des données fournies en fin d'énoncé.
- Q 8.** Calculer la pression partielle en ozone dans l'atmosphère terrestre au niveau du sol.
- Q 9.** Dans quel sens est déplacé cet équilibre lorsqu'on s'élève dans la troposphère ? Que peut-on en dire dans la stratosphère ? Un raisonnement qualitatif argumenté est attendu.

I.D – Cinétique de la formation de l'ozone

Le mécanisme de la production de l'ozone stratosphérique a été élucidé dès 1930 par le géophysicien britannique Sydney Chapman. Pour fabriquer cette molécule constituée de trois atomes d'oxygène, il faut des atomes d'oxygène libres. Aux longueurs d'onde inférieures à 240 nm, le rayonnement ultra-violet peut dissocier les molécules de dioxygène O_2 suivant la réaction (I.1).



Cette première partie du mécanisme est rapide sous l'effet du rayonnement ultra-violet et conduit à un équilibre de constante K_R° .

La seconde partie du mécanisme (I.2) est une réaction simple qui obéit à la loi de van't Hoff en cinétique : les ordres partiels dans l'expression de la vitesse de réaction sont les coefficients stoechiométriques de la réaction. On note k la constante cinétique de cette réaction.



- Q 10.** Expliquer qualitativement que la concentration en ozone dans l'atmosphère présente un maximum à une altitude particulière, comme le montre la figure 1.
- Q 11.** Exprimer la pression partielle en radical O^\bullet en fonction de la pression partielle en dioxygène et de la constante K_R° .
- Q 12.** Quel est l'ordre de la vitesse de formation de O_3 par rapport à la pression partielle en dioxygène ?

II Découverte de Proxima du Centaure

II.A – Première observation de l'étoile

L'étoile *Proxima Centauri* a été découverte en 1915 par l'astronome britannique Robert Innes, alors directeur de l'observatoire de l'Union à Johannesburg en Afrique du Sud. C'est une étoile de type naine rouge, de masse $M_E = 2,44 \times 10^{29}$ kg et de rayon $R_E = 9,81 \times 10^4$ km. Elle est située à $D_E = 3,99 \times 10^{13}$ km soit 4,22 années-lumière du Soleil.

Dans la suite du sujet, toutes les applications numériques seront faites à la longueur d'onde moyenne du visible $\lambda_{\text{obs}} = 600$ nm.

Q 13. Justifier, par un argument d'ordre de grandeur, que la distance entre la Terre et Proxima du Centaure peut être approximée à 4,22 années-lumière.

Pour voir l'étoile *Proxima Centauri*, un instrument d'optique est utilisé. Il est modélisé dans la suite par deux lentilles :

- une lentille convergente L_1 objectif, de centre optique O_1 , de foyer principal objet F_1 , de foyer principal image F'_1 et de distance focale image $f'_1 = 8$ m ;
- une lentille divergente L_2 de projection, de centre optique O_2 , de foyer principal objet F_2 , de foyer principal image F'_2 et de distance focale image $f'_2 = -0,02$ m.

Si le point objet A et le point image A' sont conjugués par la lentille L de focale f' et de centre O , d'après la Formule de Descartes on a

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

et le grandissement transversal est

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

L'instrument d'optique est pointé vers l'étoile *Proxima Centauri*.

Q 14. Où est située l'image de l'étoile par la lentille L_1 , appelée image intermédiaire A_1B_1 ? Illustrer cette situation par un schéma.

Q 15. Déterminer l'expression de la taille de cette image intermédiaire A_1B_1 (non algébrique) en fonction du rayon R_E de l'étoile et des caractéristiques de la lentille objectif L_1 .

Q 16. La lentille de projection L_2 , divergente, sert à faire de l'image intermédiaire A_1B_1 une image définitive $A'B'$, réelle, non inversée et agrandie d'un facteur 4. Calculer la distance O_1O_2 pour respecter ces contraintes.

Q 17. Illustrer par un schéma la position de A_1B_1 , de $A'B'$ et de L_2 (sans représenter L_1).

Q 18. En 1915, l'image définitive $A'B'$ de l'étoile se formait sur une plaque photographique de dimension 24 mm \times 36 mm, composée de cristaux de 10 μ m de chlorure d'argent, précipité blanc qui noircit à la lumière. L'image définitive de l'étoile *Proxima Centauri* est-elle vue comme ponctuelle ou étendue sur la plaque photo ?

Q 19. À l'occasion du centenaire de la découverte de Proxima du Centaure, en 2015, la photo de l'étoile a été reprise avec l'instrument d'optique de l'époque mais la plaque photographique a été remplacée par un capteur CCD (Charge Coupled Device) de 100 millions de pixels, de taille identique à la plaque photo originelle. L'image définitive de l'étoile *Proxima Centauri* est-elle vue comme ponctuelle ou étendue sur le capteur photosensible ? L'efficacité quantique QE d'un capteur CCD donne le taux de transformation de la lumière en charge, soit la probabilité qu'un photon incident donne « naissance » à un électron dans le capteur. Pour la longueur d'onde étudiée, cette sensibilité quantique QE est de 30 %.

Q 20. Sachant que la puissance surfacique reçue sur Terre par le Soleil dans le visible est de 600 W \cdot m⁻² et que la lentille d'entrée de l'instrument est de diamètre $D_1 = 50$ cm, de combien d'électrons sera composé le signal résultant de l'étoile pour une exposition de 12 minutes du capteur ? Quelle est la charge produite par le capteur ?

Q 21. La diffraction par la lentille d'entrée L_1 est-elle gênante pour les observations ?

II.B – Mesure de la distance entre la Terre et l'étoile

La parallaxe est l'effet du changement de position de l'observateur sur ce qu'il perçoit.

La parallaxe annuelle est, par définition, l'angle qui mesure le déplacement, au cours de l'année, de la position apparente, perçue depuis la Terre, d'une étoile proche par rapport aux étoiles lointaines (figure 4).

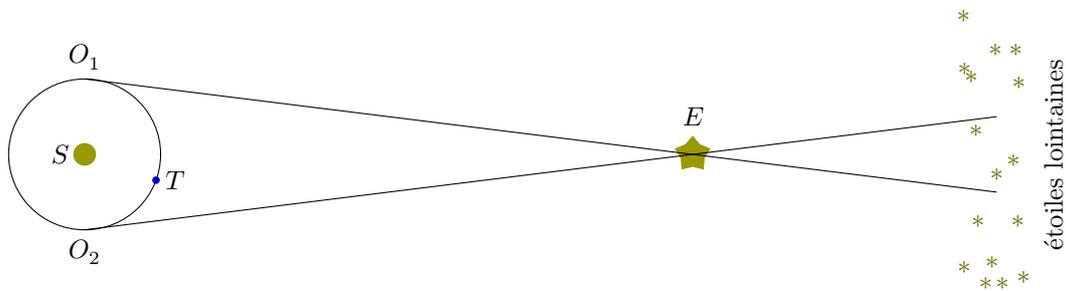


Figure 4 Schéma explicatif de la mesure de parallaxe solaire

Sur la figure 4, deux instants d'observation sont représentés par O_1 et O_2 .

Le satellite Hipparcos (High Precision Parallax Collection Satellite) a mesuré la parallaxe de $P_E = 1545$ millisecondes d'arc pour *Proxima Centauri*.

Q 22. Calculer, à partir de cette valeur de la parallaxe P_E , la distance séparant l'étoile *Proxima Centauri* du système solaire et comparer à la valeur donnée au début de cette partie.

Q 23. Pourquoi la distance entre la Terre et le Soleil varie-t-elle au cours de l'année ?

II.C – Mesure du rayon de l'étoile

En 2002, le VLT (Very Large Telescope) utilisa l'interférométrie pour mesurer le diamètre angulaire de *Proxima Centauri* : $\alpha \simeq 1,02 \pm 0,08$ milliseconde d'arc. Connaissant sa distance, obtenue par la méthode de la parallaxe, il est alors possible de déterminer son rayon.

II.C.1) L'étoile est d'abord supposée ponctuelle et l'instrument d'optique est pointée sur elle. L'étoile se situe à l'infini sur l'axe optique de l'instrument, elle est repérée par son centre S . Le dispositif d'interférométrie est modélisé par deux trous d'Young de taille identique, respectivement en T_1 et T_2 , séparés d'une distance a réglable. Ce dispositif est placé devant la lentille convergente L_1 de l'instrument d'optique. Pour simplifier, on ne tiendra pas compte dans cette partie de la seconde lentille L_2 et les observations sont donc effectuées dans le plan de l'image intermédiaire. Un point M dans ce plan est repéré par son abscisse x (figure 5).

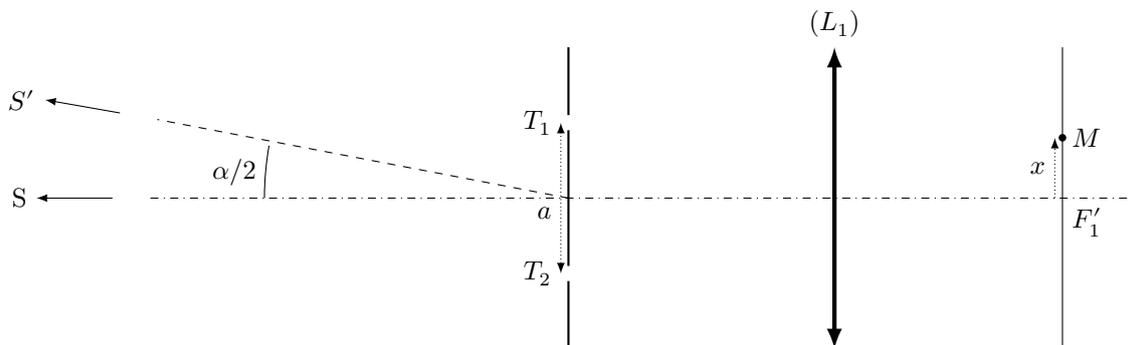


Figure 5 Schéma du dispositif d'interférométrie pour la mesure du rayon de l'étoile *Proxima Centauri*

Q 24. Faire un schéma des deux rayons lumineux passant par T_1 et T_2 qui convergent vers le point M . Représenter la différence de marche entre ces deux rayons sur ce schéma.

Q 25. Établir l'expression de l'ordre d'interférence $p_S(M)$, produit par la source S au point M .

Q 26. Décrire alors la figure d'interférences.

Q 27. En notant I_0 l'intensité moyenne, donner, sans démonstration, l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ dans le plan d'observation.

II.C.2) L'étoile est à présent modélisée comme une source étendue vue sous un diamètre angulaire α . On considère un autre point source S' à la périphérie de l'étoile (figure 5).

Q 28. Faire un schéma des deux rayons lumineux issus de S' , passant par T_1 et T_2 et qui convergent vers le point M . Représenter la différence de marche entre ces deux rayons sur ce schéma.

Q 29. Établir l'expression de l'ordre d'interférence $p_{S'}(M)$ produit par la source S' au point M .

Q 30. En déduire l'expression de la plus petite valeur de a qui conduit au brouillage de la figure d'interférence produite par les deux sources incohérentes S et S' .

Q 31. Faire l'application numérique et commenter.

Q 32. Expliquer qualitativement pourquoi le raisonnement précédent, utilisant deux sources ponctuelles l'une située au centre et l'autre sur le bord apparent de l'étoile, rend compte des observations obtenues avec l'objet étendu qu'est la véritable étoile.

III Voyager vers Proxima du Centaure

Pour accomplir un voyage hypothétique vers Proxima du Centaure, on envisage un vaisseau à voile solaire, propulsé grâce à la réflexion du rayonnement électromagnétique du Soleil sur la voile. Plus la voile est grande et réfléchissante, plus grande est la force de propulsion.

Une onde plane progressive monochromatique, se propageant selon \vec{u}_x depuis les $x < 0$, arrive sur la voile solaire, métal de conductivité réelle γ , assimilée dans un premier temps à un demi espace infini $x > 0$ (dénommé dans la suite approximation espace infini).

L'onde incidente dans le demi espace vide des $x < 0$ s'écrit, en notation complexe,

$$\vec{E}_i = \underline{E}_0 \exp(j(\omega t - kx)) \vec{u}_y$$

et arrive en $x = 0$ sur un métal de conductivité γ .

Q 33. Rappeler sans démonstration l'équation dont le champ électrique est solution dans le vide. En déduire la relation de dispersion liant k et ω en fonction de la célérité c de l'onde. Comment qualifier la propagation de cette onde ?

Q 34. Établir l'expression du champ magnétique associé à cette onde incidente.

Q 35. Déterminer l'expression de la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting associé à cette onde incidente.

Cette onde incidente donne naissance à l'interface avec la voile solaire à :

— une onde réfléchie (se propageant selon $-\vec{u}_x$ dans l'espace $x < 0$) de la forme

$$\vec{E}_r = r \underline{E}_0 \exp(j(\omega t + kx)) \vec{u}_y ;$$

— une onde transmise (se propageant selon $+\vec{u}_x$ dans l'espace $x > 0$) de la forme

$$\vec{E}_t = t \underline{E}_0 \exp(j(\omega t - \underline{k}_m x)) \vec{u}_y.$$

Dans le métal (demi espace $x > 0$), le champ électrique de l'onde transmise vérifie l'équation différentielle

$$\Delta \vec{E}_t = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial t^2}. \quad (\text{III.1})$$

Q 36. Proposer une simplification de l'équation (III.1) pour une onde, dans le domaine du visible ou de l'infrarouge, se propageant dans l'or de conductivité $\gamma = 45 \times 10^6 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$.

Q 37. Exprimer le vecteur d'onde complexe \underline{k}_m en fonction d'une longueur δ dont on donnera l'expression et la signification.

Q 38. Proposer une épaisseur raisonnable pour la voile solaire afin que l'approximation espace infini puisse être conservée. Sachant que la masse volumique de l'or est $\rho = 19,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, estimer la masse d'une voile solaire de surface 100 m^2 .

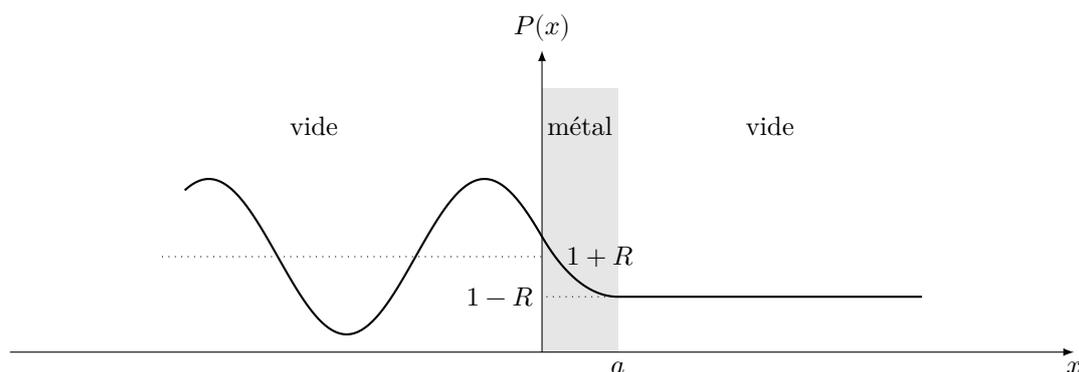


Figure 6

La figure 6 représente l'évolution spatiale de la norme du vecteur de Poynting moyen pour une voile pour laquelle l'approximation espace infini n'est plus vérifiée. R est le coefficient de réflexion en énergie de la voile.

Q 39. Commenter cette figure. À quel phénomène la situation étudiée est-elle analogue ?

Q 40. En utilisant le modèle corpusculaire de la lumière, proposer une expression de la force qui s'exerce sur la voile en fonction, entre autres paramètres, de la puissance électromagnétique moyenne incidente par unité de surface et de R , coefficient de réflexion en énergie de la voile. Évaluer l'ordre de grandeur de cette force à proximité de la Terre où la puissance surfacique du rayonnement solaire est d'environ $1000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

IV Une exoplanète : *Proxima Centauri b*

Le 24 août 2016, l'observatoire européen austral annonce en conférence de presse la découverte de *Proxima Centauri b*, une planète « super Terre » rocheuse de masse M_P d'environ 1,3 masse terrestre, en orbite à une distance de 7 millions de kilomètres de *Proxima Centauri* (soit dans la zone habitable). Cette exo-planète a été détectée, de manière indirecte, par la méthode des vitesses radiales.

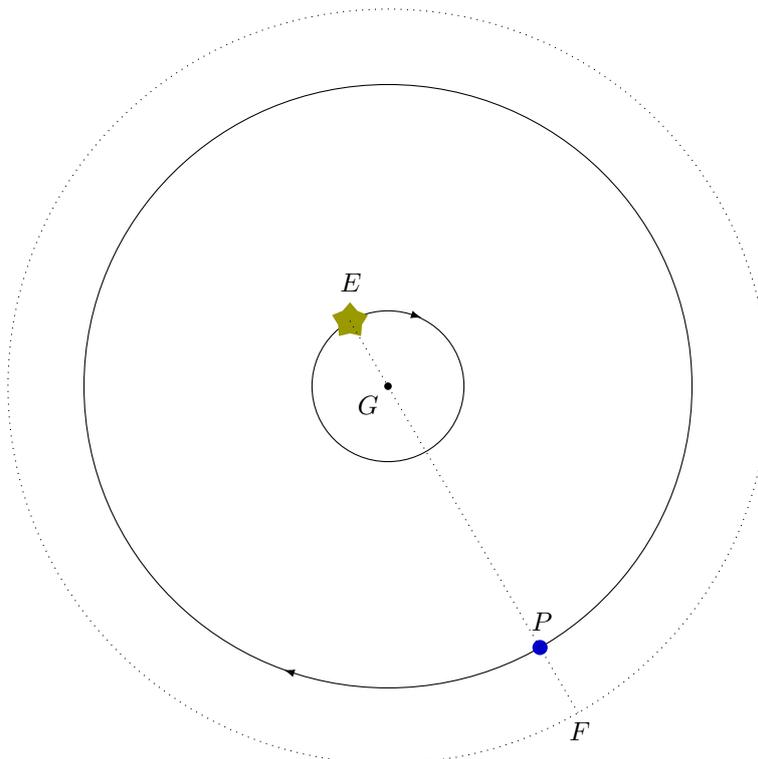


Figure 7 Schéma représentant l'étoile E et la planète P en rotation autour du point G , centre de masse du système {étoile + planète} ; le point F est un point utilisé pour étudier le mouvement de E et P autour de G

IV.A – Étude du mouvement du système {étoile + planète}

La détection de la planète repose sur le fait que le centre de masse G du système {étoile + planète} n'est pas confondu avec le centre de l'étoile. L'étoile E et la planète P tournent toutes les deux autour du centre de masse G du système complet (figure 7).

Le centre de masse G est défini par l'une des deux relations

$$(M_E + M_P)\overline{AG} = M_E\overline{AE} + M_P\overline{AP} \quad \text{pour tout point } A$$

$$M_E\overline{GE} + M_P\overline{GP} = \vec{0}$$

Toutes les forces autres que la force d'interaction gravitationnelle entre la planète et l'étoile sont négligées. On suppose que le référentiel d'étude, de centre G dont les 3 axes pointent vers trois étoiles lointaines est galiléen.

Q 41. Établir la relation $\overline{GP} = \frac{M_E}{M_E + M_P}\overline{EP}$. Contrôler la pertinence de cette expression en étudiant des cas limites.

On note pour la suite $\vec{r} = \overline{EP}$ et $\|\vec{r}\| = r$.

Q 42. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la planète P dans le référentiel d'étude, établir l'équation différentielle vérifiée par \vec{r} .

On considère le point F défini par $\vec{r} = \overline{GF}$. Ce point est en mouvement circulaire, de période T , autour de G .

Q 43. Établir la relation

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\mathcal{G}(M_E + M_P)}{4\pi^2}.$$

Quel nom porte cette loi ?

Q 44. Justifier que E a un mouvement circulaire uniforme autour de G et établir l'expression de sa vitesse de révolution en fonction de M_P , M_E , r et T .

IV.B – Résultats ayant conduit à la découverte de la planète *Proxima Centauri b*

Dans le cas le plus favorable à l'observation, la Terre est dans le plan des trajectoires de E et P (figure 7), l'étoile E possède alors un mouvement apparent oscillant et la mesure de sa composante V de vitesse selon l'axe de visée depuis la Terre est possible par effet Doppler-Fizeau, qui entraîne un décalage des raies spectrales de l'étoile par rapport à leur position mesurée sur Terre, selon la relation

$$\frac{f_{\text{obs}} - f_{\text{em}}}{f_{\text{em}}} = \frac{V}{c}$$

où f_{em} et f_{obs} représentent respectivement la fréquence à l'émission et la fréquence observée sur Terre.

Le professeur Bouchy de l'observatoire astronomique de Provence propose, en 2005, dans son intervention sur les exoplanètes la formule suivante pour le décalage Doppler lors de la détection indirecte d'exoplanètes par la méthode des vitesses radiales

$$\frac{f_{\text{obs}} - f_{\text{em}}}{f_{\text{em}}} = - \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_P \sin i}{(M_P + M_E)^{2/3}} \frac{1}{c\sqrt{1-e^2}}$$

où M_P et M_E sont respectivement les masses de la planète et de l'étoile, T la période de la planète, e l'excentricité de l'orbite et i l'angle entre la ligne de visée et la perpendiculaire au plan orbital du système. L'excentricité e vérifie $0 \leq e < 1$, avec $e = 0$ pour une orbite circulaire.

Q 45. En utilisant les résultats de la sous-partie précédente (IV.A), établir une formule analogue à la formule proposée par le professeur Bouchy. Commenter les différences.

Q 46. Connaissant la masse de *Proxima Centauri*, $M_E = 2,44 \times 10^{29}$ kg déterminée grâce à l'analyse de son rayonnement, exploiter les données expérimentales de la figure 8 pour déterminer la masse de la planète *Proxima Centauri b*.

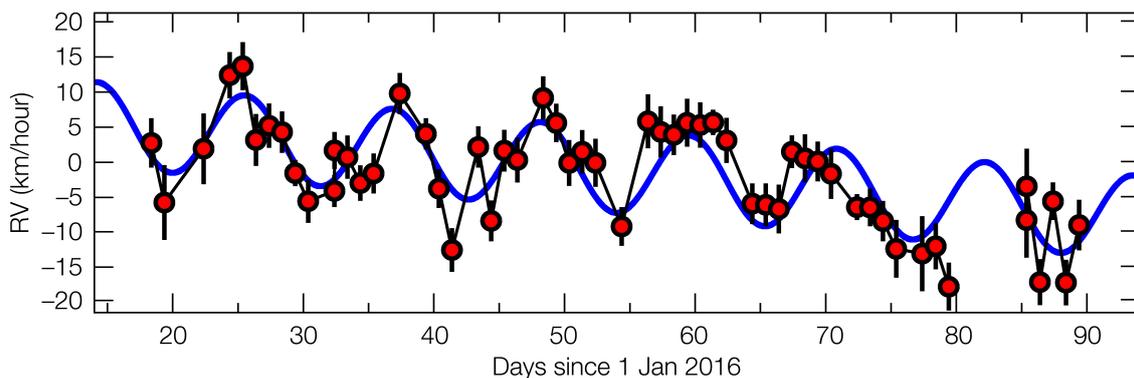


Figure 8 Variations de la vitesse radiale de l'étoile *Proxima Centauri* au cours du premier trimestre 2016 — Source : European Southern Observatory, Guillem Anglada-Escudé

Données

Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Vitesse de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Constante universelle de la gravitation	$\mathcal{G} = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masse du proton	$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Rayon moyen de la Terre	$R_T = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$
Distance Terre-Soleil	$D_{TS} = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$
Masse de la Terre	$M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Rayon du Soleil	$R_S = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Masse du Soleil	$M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masse volumique de l'eau pure à 10 °C	$\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Énergie de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental	-13,6 eV
Numéro atomique de l'oxygène	8
Masse molaire atomique de l'oxygène	16,0 g·mol ⁻¹
Enthalpie molaire standard de formation de O ₃	141,9 kJ·mol ⁻¹ (à 298 K)
Entropie molaire standard de O ₂	205 J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹ (à 298 K)
Entropie molaire standard de O ₃	239 J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹ (à 298 K)

• • • FIN • • •
